1.- Dados los problemas lineales:

P1) $Min\,(Máx) - 2x_1 + 6x_2$

$s.a \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$- x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

P2) $Min\,(Max)\ - x_1 + 2x_2$

$s.a \quad x_1 - x_2 \leq 4$

$2x_1 - x_2 \geq -3$

$x_1 - 2x_2 \leq 4$

P3) $Min\,(Max)\ - x_1 + 2x_2$

$s.a \quad x_1 \leq 4$

$x_1 + x_2 \leq 5$

$x_1 - 2x_2 \leq -2$

a) Representar el conjunto factible, la curva de nivel cero de la función objetivo y la dirección de crecimiento de la misma en el punto (0,0).

b) A partir de la representación gráfica, determínense los vértices y analícese la existencia de solución.

c) Resuélvase cada problema indicando los valores extremos de la función objetivo y el punto o puntos donde se alcanzan.

2.- Para los siguientes enunciados se pide:

a) Definir las variables del problema, la función objetivo a optimizar y el conjunto de soluciones factibles.

b) Representación gráfica del conjunto de oportunidades.

c) Dicho conjunto ¿es vacío?, ¿es convexo?, ¿es cerrado?, ¿es acotado?

d) ¿Cómo influyen los resultados anteriores en la existencia y unicidad de solución?

e) Resuelve gráficamente indicando el valor óptimo de la función objetivo.

E1) Una determinada empresa fabrica dos tipos de productos P1, P2. Cada unidad producida requiere la utilización de dos tipos diferentes de máquinas M1, M2. El producto P1 requiere dos horas de la máquina M1 y una hora de la máquina M2, mientras que el producto P2 requiere de M1 durante una hora y 30 minutos y de 15 minutos de M2. Teniendo en cuenta las máquinas disponibles de ambos tipos, se establece que a lo largo de la semana se podrán conseguir 1200 horas de trabajo en M1 y 375 de M2. Cada unidad de P1 deja un beneficio de 600 u.m. y cada unidad de P2 de 300 u.m. El propietario de la empresa desea conocer la cantidad de unidades que se deben producir de cada producto en orden a maximizar la ganancia semanal.

E2) Cierto fabricante produce sillas y mesas para lo que requiere la utilización de dos secciones de producción: la sección de montaje y la sección de pintura. La producción de una silla requiere una hora de trabajo en la sección de montaje y dos horas en la sección de pintura. Por su parte, la fabricación de una mesa precisa de tres horas de montaje y una hora de pintura. La sección de montaje sólo puede estar nueve horas diarias en funcionamiento, mientras que la sección de pintura sólo ocho horas. El beneficio que se obtiene produciendo mesas es doble que el de sillas. ¿Cuál ha de ser la producción diaria de mesas y sillas que maximice el beneficio?

E3) Una compañía minera produce lignito y antracita. Por el momento es capaz de vender todo el carbón producido, la ganancia por tonelada de lignito y antracita es de 4 y 3 u.m. respectivamente. El procesado de cada tonelada de lignito requiere de 3 horas de trabajo de la máquina de cortar carbón y otras 4 de lavado. Por otra parte el procesado de una tonelada de antracita requiere para las mismas tareas 4 y 2 horas respectivamente. Las horas que diariamente tiene disponibles la compañía para cada una de esas actividades son 12 y 8 respectivamente. Además, se supone que al menos se deben producir diariamente 2 toneladas de carbón. Plantear un problema de programación lineal con el fin de maximizar la ganancia y resolverlo.

E4) Un nutricionista asesora a un individuo que sufre una deficiencia de hierro y vitamina B y le indica que debe de ingerir al menos 2400 mgr de hierro, 2100 mgr de vitamina B-1 y 1500 mgr de vitamina B-2 durante cierto período de tiempo. Existen dos píldoras de vitaminas disponibles, la marca A y la marca B. Cada píldora de la marca A contiene 40 mgr de hierro, 10 mgr de vitamina B-1, 5 mgr de vitamina B-2 y cuesta 6 céntimos. Cada píldora de la marca B contiene 10 mgr de hierro, 15 mgr de vitamina B-1 y 15 mgr de vitamina B-2 y cuesta 8 céntimos. Plantear y resolver un problema lineal que permita calcular la combinación de píldoras que debe de comprar para cubrir sus requerimientos nutricionales al menor coste.

3.- Resolver gráficamente los siguientes programas lineales y caracterizar el tipo de solución (única, múltiple–segmento, múltiple-semirrecta).

a) *Máx(Mín)* $2x_1 + 3x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

b) *Máx(Mín)* $3x_1 + 2x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

c) *Máx(Mín)* $2x_1 + 3x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} 7x_1 - x_2 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

d) *Máx(Mín)* $x_1 - \frac{1}{2}x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 \geq -3 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -4 \end{cases}$$

4.- Resolver utilizando el método simplex.

a) *Máx* $2x_1 + 3x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

b) *Máx* $3x_1 + 2x_2$

$$\text{s.a: } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

c) $Máx\ 3x_1 + x_2$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 \le 2 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 \le 20 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

d) $Min\ -5x_1 - 6x_2 + 6x_5$

$$\text{s.a:}\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 200 \\ 6x_1 + 5x_2 + x_4 = 300 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_5 = 200 \\ x_i \ge 0 \quad i = 1, \ldots, 5 \end{cases}$$

5.- Comprobar que los siguientes problemas lineales no tienen solución óptima, identificando si tal circunstancia se da por no haber soluciones factibles o ser conjunto factible no acotado en la dirección de crecimiento.

a) $Máx\ 4x_1 + 3x_2$

$$\text{s.a:}\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 12 \\ 4x_1 + 2x_2 \le 8 \\ x_1 + x_2 \ge 4 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

b) $Máx\ x_1 + x_2 + x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1 - 2x_2 \ge -2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

6.- Escribir en forma estándar y la primera tabla del algoritmo del símplex para los siguientes problemas:

a) $Máx\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_1 \le 5 \\ x_2 \ge 1 \\ x_1 \ge x_2 + x_3 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

b) $Mín\ x_1 + x_2 + x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1 - 2x_2 \ge -2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

c) $Máx\ x_1 + 2x_2 - x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 8 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

d) $Mín\ 2x_1 - 3x_2 - x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 3x_3 \ge -3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \ge 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

e) $Mín\ 12x_1 + 10x_2 + 10x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \ge 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 3 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

f) $Mín\ -x_1 - 2x_2 + \frac{3}{2}x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_2 - x_3 \le 1 \\ -x_1 + 4x_2 + 4x_3 \ge 12 \\ x_2 - 2x_3 \ge -1 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

7.- Para el problema de programación lineal:

$$\textit{Máx} \quad x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{s.a:} \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

La matriz formada por las columnas primera y segunda (x_1, x_2) ¿es una matriz básica del problema? En caso afirmativo, calcular la solución factible básica y la tabla asociada a dicha solución. A partir de la tabla anterior, ¿qué puede decirse de la solución óptima del problema?

8.- Completar la siguiente tabla de un problema de minimización e interpretarla para los diferentes valores del parámetro t:

		c_b	t	2	1	0
c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4
t	x_1	2	1	2	0	-1
1	x_3	3	0	2	1	-2
		z-c				

9.- El problema de programación lineal:

$$\textit{Mín} \quad -5x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

$$\text{s.a:} \quad \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq b_1 \\ x_1 - 5x_2 - 6x_3 \leq b_2 \\ x_i \geq 0, \ i = 1,2,3 \qquad b_j \geq 0, \ j = 1,2 \end{cases}$$

tiene como solución óptima la indicada en la tabla:

		c_b					
c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-5	x_1	30	1	p	6	1	0
0	x_5	10	0	q	-12	-1	1
		z-c	0	a	-27	d	e

a) Calcular las componentes del vector $b = (b_1, b_2)$ que proporcionan dicha solución, sabiendo que la solución básica inicial estaba formada por las variables x_4 y x_5.

b) Completar la tabla.

10.- Sea el problema

$$\begin{array}{ll} Máx & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a:} & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 4 \\ x_i \geq 0, \ i = 1,\ldots,5 \end{cases} \end{array}$$

Sabiendo que la siguiente tabla es la correspondiente a la solución factible básica (1, 0, 4, 0, 0), completarla e interpretarla.

		c_b					
c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1		1	$1/2$	0	$1/2$	
2	x_3	4	0	1	1		1
			2		2	1	1
		z-c	0		0	1	1

11.- Considerando que $b_2 \geq 0$ en el problema:

$$\begin{array}{ll} Máx & c_1x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.a:} & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + a_{13}\, x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + 4x_3 \leq b_2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

y conociendo los siguientes valores de la tabla óptima (x_4, x_5 variables de holgura)

		c_b					
c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	x_2					1/2	
	x_1	3					
		z-c			7	1	1

Sin aplicar el método símplex, calcula c_1, a_{13}, b_2 y completa la tabla.

12.- Un agricultor posee una parcela de 640 m^2 para dedicarla al cultivo de árboles frutales: naranjos, perales y manzanos. Se pregunta de qué forma repartirá la superficie de la parcela entre las tres variedades para conseguir el beneficio máximo sabiendo que cada naranjo precisa 16 m^2, cada peral 4 m^2 y cada manzano 8 m^2; dispone de un total de 900 horas de trabajo/año, precisando cada naranjo de 30 horas/año, cada peral de 5 horas/año y cada manzano de 10 horas/año. Los beneficios unitarios son de 50, 25 y 20 u.m. por cada naranjo, peral y manzano respectivamente.

13.- Un veterinario aconseja a un granjero dedicado a la cría de pollos, una dieta mínima para la alimentación de las aves compuesta de 3 unidades de hierro y 4 u. de vitaminas. El granjero sabe que cada kilo de maíz proporciona 2,5 u. hierro y 1 u. de vitaminas, cada kilo de harina de pescado 3 u. de hierro y 3 u. de vitaminas, y cada kilo de cierto pienso sintético 1 u. de hierro y 2 u. de vitaminas. El granjero se pregunta por la composición de la dieta óptima que minimice el costo de la alimentación, sabiendo que los precios del maíz, harina de pescado y pienso sintético son, respectivamente de 20, 30 y 16 unidades monetarias.

14.- Una empresa elabora dos productos, A y B, que vende a unos precios de 3 y 4 unidades monetarias, respectivamente. A la hora de elegir la cantidad producida se ha de tener en cuenta las siguientes condiciones: 1) El mercado demanda una cantidad mínima de 300 unidades de cada producto; 2) La cantidad producida de A tiene que ser como máximo el triple de la de B; 3) la producción máxima del producto B es de 600 unidades. Formular y resolver el problema de programación lineal que permita determinar las cantidades que se han de producir para maximizar los ingresos teniendo en cuenta las condiciones expuestas anteriormente.

15.- Una compañía de transportes dispone de 720 u.m. para la adquisición de nuevos vehículos. Después de un estudio previo se han seleccionado dos tipos de vehículos para su compra. El vehículo A tiene una capacidad de 12 Tm y alcanza una velocidad de 65 km/h, siendo su coste 12 u.m., mientras que le vehículo B tiene una capacidad de 22 Tm, con una velocidad de 50 km/h y un coste de 18 u.m. El vehículo A requiere sólo un conductor en cada turno de trabajo y suponiendo que el vehículo A realiza tres turnos por día, puede circular 18 h/día; mientras que el vehículo B requiere un equipo de dos hombres circulando 21 h/día con tres turnos de trabajo por día. La compañía dispone actualmente de 210 conductores únicamente y no quiere aumentar su número. Se pide formular un problema de programación lineal con el fin de encontrar el número vehículos de cada tipo que deben comprarse si lo que la compañía desea es maximizar su capacidad de tonelaje por kilómetro y día.

16.- Una empresa puede producir tres artículos diferentes usando dos materias primas, la A y la B. Para fabricar una unidad del primer artículo necesita 200 unidades de A y 300 unidades de B; para el segundo necesita 150 de A y 240 de B; y para el tercero necesita 100 de A y 150 de B. El proveedor establece como condición para suministrar estas materias primas una demanda mínima para A de 5600 unidades y para B de 8700 unidades. Sabiendo que el coste unitario para producir el primer artículo es 90 unidades monetarias (u.m.), el del segundo 80 u.m y el del tercero 50 u.m., se trata de calcular que cantidades de estos tres artículos deben producirse para minimizar el coste total.

a) Plantear el correspondiente problema de programación lineal.

b) Presentar la primera tabla del símplex correspondiente a dicho problema.

c) Plantear el problema dual y resolver por el símplex dicho problema dual.

d) Sobre la base de la solución del dual, obtener la solución del problema original.

e) Ofrecer la interpretación económica tanto de la solución del problema primal, como la del problema dual.

17.- Una empresa de materiales de construcción produce, entre otras cosas, tres tipos de cemento que necesitan para su elaboración ser procesados a través de dos departamentos: preparado y mezclado. Los requerimientos técnicos de una tonelada de cemento en cada departamento así como sus beneficios netos vienen dados en la siguiente tabla:

Tipo de cemento	Horas de Preparado	Horas de Mezclado	Beneficio neto
C1	6	3	3
C2	3	4	1
C3	5	5	5

Si las horas semanales que cada departamento puede dedicar a la producción de cemento se han evaluado en 45 para el departamento de preparado, 30 para el de mezclado. (Se supone que el número de toneladas a fabricar no tiene por qué ser un número entero). Se pide:

a) Plantear el problema de programación lineal que determine la producción óptima de cemento, es decir, número de toneladas de cada tipo de cemento para maximizar el beneficio.

b) Calcular el beneficio máximo, indicando la combinación de materiales de construcción que producen dicho beneficio máximo.

c) El departamento de marketing desea saber si resultaría rentable la producción de un nuevo tipo de cemento cuyo beneficio por tonelada en u.m. se ha estimado en 6 y que necesita de 6 horas de procesado en el departamento de preparado y 5 horas en el de mezclado por cada tonelada producida. ¿Será rentable fabricar ese nuevo cemento?, ¿en qué cantidad?.

d) Responder a las cuestiones planteadas en el apartado anterior cuando el beneficio en unidades monetarias por tonelada del nuevo cemento es 5, teniendo en cuenta además que si se produce el nuevo cemento, la empresa está segura de mejorar su imagen de cara a sus clientes.

18.- Un granjero posee 100 hectáreas para cultivar trigo y alpiste. El coste de la semilla de trigo es de 4 euros por hectárea y la semilla de alpiste tiene un coste de 6 euros por hectárea. El coste total de la mano de obra es de 20 y 10 euros por hectárea respectivamente. El beneficio esperado es de 110 euros por hectárea de trigo y 150 euros por hectárea de alpiste. Si no se desea gastar más de 480 euros en semillas ni más de 1500 euros en mano de obra, se pide:

a) Plantear el problema que permita maximizar los beneficios.

b) ¿Cuántas hectáreas deben de dedicarse a cada uno de los cultivos para obtener un beneficio máximo? (Utilizar el algoritmo símplex para dar la respuesta)

c) El granjero se plantea si es interesante cultivar un nuevo cereal que tiene un coste de 5 euros por hectárea y un coste total de mano de obra por hectárea de 15 euros, esperando un beneficio de 130 euros por hectárea. Razonar la respuesta.

d) Determinar el beneficio máximo y la producción con la que se obtendría si la nueva actividad dejara un beneficio de 135 euros.

e) Determinar el beneficio máximo y el plan de cultivos que lo proporciona si estuviera dispuesto a invertir 500 euros en semillas.

19.- Una empresa produce y comercializa dos artículos A y B que le proporcionan unos beneficios unitarios de 30 y 50 u.m. respectivamente. Los artículos A y B se obtienen mediante transformación de los minerales P y Q, de tal forma que cada unidad de A requiere 2 unidades de P y 3 de Q. Cada unidad de B requiere 4 unidades de P y 3 de Q. Diariamente se dispone de 60 unidades de P y 80 de Q. Suponiendo que se vende toda la producción, se pide:

a) Plantear el problema para maximizar el beneficio, su problema dual y escribir la primera tabla del simplex del problema primal.

b) Sabiendo que (utilizando el algoritmo de máximo) la última tabla del símplex es:

		c_b				
c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4
50	x_2	$10/3$	0	1	$1/2$	$-1/3$
30	x_1	$70/3$	1	0	$-1/2$	$2/3$
		$2600/3$	30	50	10	$10/3$
		z-c	0	0	10	$10/3$

Calcular el intervalo de disponibilidad del mineral Q para el que la tabla anterior siga siendo óptima.

c) ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa por 3 unidades más de mineral Q? ¿y por 30?

d) Dar la solución del problema dual.

e) ¿Sería interesante fabricar un nuevo producto C que consumiera 3 unidades de mineral P y 4 de mineral Q, con un beneficio unitario de 45 u. m.? En caso afirmativo, determina el programa óptimo de producción.

20.- Una compañía juguetera fabrica dos tipos de juguetes de madera: camiones y trenes. Un camión se vende por 27 unidades monetarias (u.m.) y usa materia prima por valor de 10 u.m. Además, la compañía ha evaluado en 14 u.m. los costes indirectos y por mano de obra invertidos en la fabricación de cada camión. Para cada tren las cantidades anteriores son 21, 9 y 10 u.m., respectivamente. La fabricación de los camiones y los trenes precisa de dos tipos de mano de obra: acabado y carpintería. Un camión necesita dos horas de acabado y 1 hora de carpintería. Un tren necesita una hora de acabado y otra de carpintería. Cada semana, la compañía puede obtener toda la materia prima que precise, pero sólo dispondrá de 100 horas de acabado y 80 de carpintería. La demanda de trenes es ilimitada, pero se podrán vender un máximo de 40 camiones a la semana. Formular y resolver un programa matemático que refleje esta situación y le permita a la compañía conocer cómo debe planificar la producción semanal para maximizar el beneficio (ingresos menos gastos).

21.- Una tienda vende rotuladores a 20 céntimos de euro y libretas a 30 céntimos de euro. Disponemos de 150 céntimos de euro y pretendemos comprar, por lo menos, las mismas libretas que rotuladores.

a) ¿Cuál será el número máximo de productos que podemos comprar?

b) Determinar el intervalo de variación del coste de las libretas para que la tabla del apartado anterior permanezca óptima.

c) Determinar el intervalo de variación del coeficiente “número de libretas a comprar” para que la tabla del apartado a) permanezca óptima.

d) Suponga que la restricción “pretendemos comprar, por lo menos, las mismas libretas que rotuladores” se cambia a “la diferencia entre el número de rotuladores y libretas sea menor o igual a tres unidades”; en este caso, ¿cuál es la nueva solución?

22.- El director de una empresa observa que su único vendedor nunca supera los 5 millones mensuales en ventas y por ello ha decidido contratar dos nuevos vendedores que le ayuden. Después de un periodo de prueba el director llega a la conclusión que a cada nuevo vendedor deberá pagarle una comisión del 10% sobre las ventas que consiga y que a uno de los nuevos vendedores le exigirá unas ventas mínimas mensuales de 1 millón y, por tal exigencia, conseguirá una comisión extra del 5% de las ventas. Además por experiencia sabe que el vendedor inicial venderá igual o más que los dos nuevos vendedores juntos. Sabiendo que el vendedor inicial cobra el 30% sobre las ventas que él mismo consiga, la dirección de la empresa desea conocer el beneficio máximo mensual que puede obtener con los tres vendedores en el supuesto que se cumpliesen todas las circunstancias anteriores. En tal caso, indicar la distribución mensual de las ventas entre los tres vendedores.

23.- Un joven dispone de 74 € para ocio cada 4 semanas, que se gasta en su totalidad. Todo su gasto se realiza en cervezas, ir al cine o ir a cenar. El coste de una cerveza es 1€, el de la entrada de cine 6 € y cada vez que va a cenar se gasta 10 €. Por costumbre, va al menos una vez al cine por semana y nunca va a cenar más de una vez en las 4 semanas. La satisfacción que obtiene por ir al cine es similar a la de 5 cervezas y la de ir a cenar es equivalente a 15 cervezas. Advertencia: notar que el dinero disponible se gasta en su totalidad.

a) Obtener el problema de programación lineal que permite maximizar la satisfacción y resolverlo por el método del simplex.

b) Hallar el problema dual del problema inicialmente planteado, y sus soluciones.

c) Ver en que rango se puede mover la satisfacción obtenida con cada cerveza para que no cambien sus costumbres.

d) ¿Cuánto debe variar su disponibilidad monetaria para que deje de gastar en las tres alternativas de ocio?

24.- Una empresa produce y comercializa dos productos P1 y P2 los cuales obtiene mediante la utilización de dos talleres A y B que fabrican indistintamente los componentes de ambos productos.

La capacidad mensual disponible del taller A es tal que, en caso de dedicarla exclusivamente a la fabricación de componentes de P1, se obtendrían los suficientes para dar lugar a 50 unidades de ese producto. En el caso contrario (dedicación exclusiva a los componentes de P2) se podrían obtener 100 unidades de P2. Por otro lado, la capacidad mensual del taller B es suficiente para proporcionar, como máximo, el número de componentes necesarios para la obtención de un total de 60 unidades de producto terminado, ya sea únicamente P1, P2, o una combinación de ambos.

Los precios de venta unitarios de P1 y P2 son, respectivamente de 42 y 35 u.m. siendo los costes unitarios de los mismos de 30 y 25 u.m.

De acuerdo a lo anterior la gerencia desea conocer:

a) ¿Cuál es el programa de producción que conduciría a un resultado óptimo para la gestión mensual?

b) ¿En qué condiciones la empresa estaría interesada en dedicar parte de sus talleres para una actividad distinta de P1 y P2?

25.- Una empresa se dedica a la elaboración de dos productos P1 y P2 que le proporcionan beneficio de 50 u.m./m^3 y 60 u.m./m^3 respectivamente. Dicha elaboración da lugar a dos tipos de gases tóxicos G1 y G2 que son evacuados a la atmósfera en la proporción indicada en la siguiente tabla:

	Emisión de gas toxico en litros por m^3	
Tipo de gas tóxico	P_1	P_2
G_1	24	36
G_2	8	12

Debido a la aparición de nuevas normas en materia de polución la emisión diaria de G1 y G2 no deberá superar los 600 y 800 litros respectivamente.

El director de producción de la citada empresa mediante la aplicación de un mecanismo anti-polución en el proceso de fabricación de P1 y/o P2 puede eliminar los gases tóxicos G1 y G2 en un 75% y en un 50% respectivamente, independientemente del proceso a que lo aplique.

La dirección desea saber cuál sería el programa que conduciría a obtener las cantidades de P1 y P2 que se deben obtener diariamente con el fin de optimizar el beneficio sin incumplir la normativa. La utilización del citado mecanismo en cualquiera de los procesos de fabricación produce una disminución de 10 u.m. en el beneficio obtenido por m^3 del producto correspondiente.

26.- Una empresa fabrica tres tipos de productos X, Y y Z cuyos procesos productivos implican la utilización de tres secciones de acuerdo con los tiempos empleados en la siguiente tabla junto con las disponibilidades mensuales de las diferentes secciones y el coste estimado por el tiempo ocioso en cada una de ellas:

	Tiempo utilizado por cada unidad de producto		
Sección	X	Y	Z
S_1	2h	2h	2h
S_2	2h	-	6h
S_3	4h	1h	-

Sección	Disponibilidad máxima mensual en S_i	Coste de la hora ociosa en S_i
S_1	228	12 u.m.
S_2	198	8 u.m.
S_3	279	4 u.m.

Sabiendo que los beneficios unitarios de X, Y y Z son respectivamente de 8, 9 y 13 u.m. se desea conocer el programa que conduciría a obtener el beneficio mensual óptimo.

27.- Plantea el dual del siguiente problema, y si es posible, calcula gráficamente su solución.

$$\text{Máx} \quad x_1 + x_2 + x_4$$

$$\text{s. a:} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4\,x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_4 \le 8 \\ x_1, x_2 \ge 0; \quad x_3 \le 0; \quad x_4 \ \textit{libre} \end{cases}$$

28.- Se sabe que la solución óptima del problema lineal

$$\text{Máx} \quad x_1 + 3x_2$$

$$\text{s. a:} \quad \begin{cases} x_1 + 4\,x_2 \le 100 \\ x_1 + 2x_2 \le 60 \\ x_1 + x_2 \le 50 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

está formada por las variables x_1, x_2, x_5, (x_5 variable de holgura de la tercera restricción),

y que $B^{-1} = A_b^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & -3/2 & 1 \end{pmatrix}$. Se pide:

a) Plantea el problema dual del problema y su solución.

b) Análisis de sensibilidad para b_1 (primera componente del lado derecho de las restricciones).

c) Análisis de sensibilidad para c_2 (coeficiente en la función objetivo asociado a la variable x_2).

d) Se valora la posibilidad de fabricar un nuevo producto x_n de modo que el problema resultante se escribe:

$$\textit{Máx} \quad x_1 + 3x_2 + 4x_n$$

$$\text{s.a:} \quad \begin{cases} x_1 + 4\,x_2 + 4x_n \le 100 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_n \le 60 \\ x_1 + x_2 + 3x_n \le 50 \\ x_1, x_2, x_n \ge 0 \end{cases}$$

Sin resolver por el símplex "el nuevo problema" calcula la solución óptima y el valor máximo de la función objetivo.