TEMA 4
CRITERIOS DE SELECCIÓN DE MODELOS NO ANIDADOS

1. INTRODUCCIÓN

Dos modelos son no anidados cuando ninguno de ellos se puede obtener a partir del otro imponiendo alguna restricción.

Existen tres aproximaciones generales al contraste de hipótesis no anidadas, discutidas en los trabajos pioneros de Cox (1961) y (1962).

1.- La razón de verosimilitud modificada, conocido como **test de Cox**.

2.-La aproximación del modelo general articficial :

- **Test J** de Davidson and Mackinnon (1981)
- **Test JA** de Fisher y McAleer (1981).
- **Test F**

3.- Procedimiento de abarcamiento considerado por Deaton (1982) and Dastoor (1983) y desarrollada por Gourieroux, Monfort y Trognon (1983) y Mizon y Richard (1986) donde se contrasta directamente la capacidad de un modelo para explicar características particulares de un modelo alternativo.

1.1. MODELOS E HIPÓTESIS

Partiremos de dos modelos lineales no anidados que podemos escribir como:

$H_0 : y = X\beta + u_0 \quad , \quad u_0 \sim N(0,\sigma_0^2 I_T)$

$H_1 : y = Z\gamma + u_1 \quad , \quad u_1 \sim N(0,\sigma_1^2 I_T)$

$$\frac{X'u_0}{T} \xrightarrow{p} 0, \quad \frac{X'u_1}{T} \xrightarrow{p} 0, \quad \frac{Z'u_0}{T} \xrightarrow{p} 0, \quad \frac{Z'u_1}{T} \xrightarrow{p} 0$$

$$\frac{X'u_0}{T^{1/2}} \sim N(0,\sigma_0^2 \Sigma_{xx}), \quad \frac{Z'u_1}{T^{1/2}} \sim N(0,\sigma_1^2 \Sigma_{zz})$$

$$\frac{X'X}{T} \xrightarrow{p} \Sigma_{xx}, \quad \frac{Z'Z}{T} \xrightarrow{p} \Sigma_{zz}, \quad \frac{X'Z}{T} \xrightarrow{p} \Sigma_{xz}$$

donde $\overset{p}{\rightarrow}$ denota convergencia en probabilidad y Σ_{xx}, Σ_{zz} son no singulares y $\Sigma_{zx} = \Sigma_{xz}' \neq 0$.

1.2. RESULTADOS BÁSICOS

<u>RESULTADO 1</u>: $\text{plim}_0\ \tilde{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2$

<u>RESULTADO 2</u>: $\text{plim}_0\ \tilde{\sigma}_1^2 = \sigma_{10}^2 = \sigma_0^2 + \lim \frac{1}{T} \beta' X' M_1 X \beta$

2. PROBLEMAS AL APLICAR LOS CONTRASTES BÁSICOS.

El contraste de la razón de verosimilitud (LR) viene dado por:

$$\text{LR} = 2 \ln \frac{L_0(\tilde{\theta}_0)}{L_1(\tilde{\theta}_1)} = 2\ (\tilde{l}_0 - \tilde{l}_1)$$

$$\text{plim}_0\, \text{LR} = \text{plim}_0\ \text{T} \ln \left[\ 1 + \frac{\frac{1}{T}\beta' X' M_1 X \beta}{\sigma_0^2} \right] \rightarrow \infty$$

3. CONTRASTES ESPECÍFICOS PARA MODELOS NO ANIDADOS.

3.1. El test de Cox

Tests de Cox para contrastar M_0 frente a M_1 es:

$$\boxed{N_{01} = \frac{\sqrt{T} S_{01}}{\sqrt{V_{01}}} \sim N(0,1)}$$

Invirtiendo al papel de la hipótesis nula y la alternativa obtenemos el estadístico para contrastar M_1 frente a M_0, N_{10}. De la utilización de los dos estadísticos podemos encontrarnos cuatro posibles resultados.

1.- Rechazar M_0 pero no M_1 si $N_{01} < N(0,1)$ y $N_{10} \geq N(0,1)$

2.- Rechazar M_1 pero no M_0 si $N_{01} \geq N(0,1)$ y $N_{10} < N(0,1)$

3.- Rechazar M_0 y M_1 si $N_{01} \geq N(0,1)$ y $N_{10} \geq N(0,1)$

4.- Aceptar M_0 y M_1 si $N_{01} < N(0,1)$ y $N_{10} < N(0,1)$

3.2.- El modelo general artificial

$$y = (1-\alpha)\, X\beta + \alpha Z\gamma + u$$

3.2.1.- CONTRASTES TIPO -t.

$$y = (1-\alpha)X\beta + \alpha(Z\tilde{\gamma}) + \varepsilon \qquad \boxed{t_0 = \frac{\tilde{\gamma}\, Z' M_0 y}{\hat{\sigma}_\varepsilon(\tilde{\gamma}\, Z' M_0 Z\tilde{\gamma})^{1/2}} \sim t_{T-k-1}}$$

$$y = (1-\alpha)Z\gamma + \alpha(X\tilde{\beta}) + \omega \qquad \boxed{t_1 = \frac{\tilde{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}' \mathbf{M}_1 \mathbf{y}}{\hat{\sigma}_{\mathrm{w}}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}' \mathbf{M}_1 \mathbf{X}\tilde{\boldsymbol{\beta}})^{1/2}} \sim t_{T-p-1}}$$

3.2.1.1.-Criterio J de Davidson y Mackinnon

Davidson y Mackinnon (1981) proponen estimar γ por mínimos cuadrados ordinarios en el modelo H_1, así:

$$\hat{\gamma} = (Z'Z)^{-1}Z'\, y \qquad J_0 = \frac{\hat{\gamma}' Z' M_0 y}{\hat{\sigma}_\varepsilon(\hat{\gamma}' Z' M_0 Z\hat{\gamma})^{1/2}}$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'\, y \qquad J_1 = \frac{\hat{\beta}' X' M_1 y}{\hat{\sigma}_\omega(\hat{\beta}' Z' M_1 X\hat{\beta})^{1/2}}$$

3.2.1.2.- Criterio J_A de Fisher y McAleer

$$\gamma^* = (Z'Z)^{-1}Z'X(X'X)^{-1}X'\, y \qquad J_{A_0} = \frac{\gamma^{*}{}' Z' M_0 y}{\hat{\sigma}_\varepsilon(\gamma^{*}{}' Z' M_0 Z\gamma^{*})^{1/2}}$$

$\beta^* = (X'X)^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1}Z'\,y$

$$J_{A_1} = \frac{\beta^{*\prime} X' M_1 y}{\hat{\sigma}_\omega (\beta^{*\prime} X' M_1 X \beta^*)^{1/2}}$$

3.2.2.-Contrastes tipo F

$$y = X\,\delta_1 + Z\,\delta_2 + u$$

en donde δ_1 y δ_2 se definen como: $\delta_1 = (1-\alpha)\beta$ y $\delta_2 = \alpha\gamma$.

H_0: $\delta_2 = 0$ $$\boxed{\mathbf{F_0} = \frac{\mathbf{y'M_0Z(Z'M_0Z)^{-1}Z'M_0y}}{p\hat{\sigma}^2} \sim F_{p,T-k-p}}$$

H_0: $\delta_1 = 0$ $$\boxed{\mathbf{F_1} = \frac{\mathbf{y'M_1X(X'M_1X)^{-1}X'M_1y}}{k\hat{\sigma}^2} \sim F_{k,T-k-p}}$$

BIBLIOGRAFÍA TEMA 4: CRITERIOS DE SELECCIÓN DE MODELOS NO ANIDADOS

AKAIKE, M. (1973) : “Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle” in 2nd International Symposium on Information Theory. Petrov, B.N. and Csaki, F. (eds).Akademiai Kiado, Budapest, 267-281.

AKAIKE, M.(1974) : "A new look at the statistical model identification". *IEEE Trans. Automatic Control, AC-19*, 716-723.

ATKINSON, A. C.(1970) : "A method of discriminating between models". *Journal of the Royal Statistical Society*, 32: 323-353.

AYUDA, M. (1994): “El criterio PEC aplicado al contraste de hipótesis no anidadas”. Tesis Doctoral.

AYUDA , M. I., AZNAR, A.(2000): “Power in non-nested models: a comparative study”. *Applied Economic Letters*, 7, 483-486

AYUDA , M. I., AZNAR, A.(2001) “Size and power of non-nested hypothesis tests and their bootstrap version”.*Applied Economic Letters*, 8, 649-653.

AZNAR, A. y M. I. AYUDA (1995). " Marco General de Selección de Modelos No Anidados". *Cuadernos Aragoneses de Economía*, vol. 5, nº 1, 137-147.

COX, D. R. (1961). “Tests of Separate Families of Hypotheses.” *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*,1, 105-123.

COX, D.R.(1962). “Futher Results on Tests of Separate Families of Hypotheses*”. Journal of the Royal Statistical Society*, Serie B,24,406-424.

DAVIDSON, R. y J.G. MACKINNON (1981). "Several Tests for Model Specification in the Presence of Alternative Hypotheses". *Econometrica*, Vol. 49, 781-793.

DAVIDSON, R. y J.G. MACKINNON (1982). "Some Non-Nested Hypotheses Tests and the Relations Among Them". *Review of Economic Studies*, 49, (4), 551-565.

FISHER, C.R. and McALLER(1981) : "Alternative procedures and associated tests of significance of Nonnested Hypotheses". *Journal of Econometrics*, 16, 103-119.

GOODFREY, L.G. y M.H. PESARAN (1983). "Tests for Non-Nested Regression Models, Small Sample Adjustments and Monte-Carlo Evidence". *Journal of Econometrics*, 21, 133-154.

GOURIEROUX, Ch. and A. MONFORT (1989): “Statistique et Modeles Econometriques”. Vol.2. Paris, Economica.

GOURIEROUX, Ch., A. MONFORT and A.TROGNON (1983): “Testing nested or non-nested hypotheses”. *Journal of Econometrics*,21,83-115.

MCALEER, M. (1987). "Specifications Tests for Separate Models A Survey". Specification Analysis in the Linear Model. M. L. KING y D.E.A. GILES (Eds), Rontledge y Kegan Payl, London.

MCALEER, M. y M.H. PESARAN (1986). "Statistical Inference in Non-Nested Econometrics Models". *Applied Mathematics and Computation*, 20, 271-311.

MILLIKEN, C. A. y F. C. GRAYBILL (1970). " Extensions of the General Linear Hypothesis Model". Journal of the American Association, 65,797-807.

MIZON, C. E. (1984): “The encompassing approach in Econometrics”. In “Econometrics and Quantitative Economics”. Hendry, D. F. and K.F. Wallis (eds). Basil-Blackwell.

MIZON, C. E. and J.F. RICHARD (1986): “The encompassing principle and its application to testing non-nested hypotheses”. Econometrica, 54,657-678.

PESARAN, M.H. (1974). "On the General Problem of Model Selection". *Review of Economics Studies*, 41, 153-171.

PESARAN, M. H. (1974). “Pitfalls of testing non-nested hypotheses by the Lagrange Multiplier Method”. *Journal of Econometrics* 17, 323-331.